MATEMÁTICAS

UNIDAD 0

INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS

Preparación para las Becas Itaipú 2027



CONTENIDOS:

- Calculadora
- Números
- Operaciones
- Factorización
- Ecuaciones

EN EAULA TENÉS GRATIS:

- Ejercicios interactivos
- Respuestas
- Tu progreso y ranking
- Muestras de videos



ESTA UNIDAD ES GRATIS

★★★

CREÁ TU CUENTA GRATIS

e@ula

eaula.com.py/BM00

www.eaula.com.py

Introducción a las Matemáticas

eaula.com.py/BM00

🚀 Antes de empezar…

La mayoría de los alumnos no pierden puntos por no saber matemática.
Pierden puntos por:

- errores de signos,
- cargar mal en la calculadora,
- olvidar paréntesis,
- confundirse con operaciones simples,
- o ponerse nerviosos durante el examen.

Por eso, antes de avanzar al resto del libro, primero vamos a dominar las herramientas esenciales que más se utilizan en Becas.
Porque muchas veces:
"aprobar no depende de saber más… sino de equivocarse menos"

Uso de la Calculadora

Guía Rápida — Calculadora Casio fx-82ES PLUS

La calculadora **Casio fx-82ES PLUS** es la calculadora más recomendada y usada por eAula como ejemplo para el estudio de las Becas e Ingreso a la UNA debido a su practicidad, velocidad y facilidad de uso. Es una calculadora sencilla, potente y muy cómoda para resolver la mayoría de los ejercicios presentes en los exámenes.

1. Uso de SHIFT, ALPHA y Ans en la Casio fx-82ES PLUS

🔹 Tecla SHIFT

La tecla **SHIFT** sirve para acceder a las funciones secundarias de la calculadora (las que aparecen escritas arriba de cada tecla en color amarillo). ⚠️ **Importante:** 1ro SHIFT + función deseada

📌 **Ejemplos de uso:**

- SHIFT + $\square^{\square} \rightarrow \sqrt[\square]{\square}$ (raíces distintas)
- SHIFT + sin → $\sin^{-1}$ (función inversa)
- SHIFT + MODE → SETUP (configuración).
- SHIFT + $\times 10^{x} \rightarrow \boldsymbol{\pi}$ (constante pi)
- Nro + = + SHIFT + ° ′ ″ → FACT (descomposición en factores primos).

🔹 Tecla ALPHA

La tecla **ALPHA** permite acceder a las letras y variables de la calculadora (las que aparecen en color rojo). Se usa principalmente para funciones de memoria y constantes.

📌 **Ejemplos de uso:**

- ALPHA + $\times 10^{x} \rightarrow \boldsymbol{e}$ (constante euler)
- ALPHA + ° ′ ″ → $\boldsymbol{B}$ (memoria en B)

🔹 Tecla Ans

La tecla **Ans** permite acceder al último resultado o número usado en la calculadora. **Obs:** Ideal si estas resolviendo un problema largo por pasos.

www.eaula.com.py

1. Uso correcto de paréntesis ( ) [ ] { }

Uno de los errores más comunes a la hora de hacer ejercicios y problemas es escribir mal una operación en la calculadora. Recuerda que: $\times, \div$ tiene prioridad a $+$ y $-$ (Y la calculadora lo sabe)

Recuerda también que los paréntesis tienen máxima prioridad. Y tanto paréntesis ( ), corchete [ ] y llaves { } tienen la misma función de separar y son las mismas para la calculadora.

Ejemplo:

⚠ Error Típico	✔ Forma Correcta
$8 + 12 \div 6 + 4 = 14$	$(8 + 12) \div (6 + 4) = 2$

Obs: Cabe mencionar que acá la calculadora fx-82 Es plus tiene la ventaja de contar con la opción $\frac{\square}{\square}$ la cual separa correctamente numerador de denominador

2. Fracciones $\frac{\square}{\square}$ y $S \Leftrightarrow D$

La fx-82ES PLUS permite trabajar con fracciones de forma muy cómoda. Usando la tecla $S \Leftrightarrow D$ podes hallar su valor en decimal, es decir sin fracción.

Ejemplo: $\frac{3}{4} + S \Leftrightarrow D \longrightarrow 0{,}75$

Obs: Dependiendo de la configuración de a calculadora mostrará el resultado en forma fraccionaria automáticamente.

3. Potencias y raíces

Potencias: $x^{\square}$ **Raíz enésima:** $Shift + x^{\square} \longrightarrow \sqrt[\square]{\square}$

Error clásico: Al momento de elevar números negativos en la calculadora la mayoría hacen lo siguiente $-2^2 = -4$, pero la forma correcta seria $(-2)^2 = 4$. Es decir: $-\mathbf{2^2} \neq (-\mathbf{2})^{\mathbf{2}}$

4. Modo Deg, Rad, Gra (Shift + Mode)

MUY IMPORTANTE para trigonometría. Para Becas normalmente se trabaja en modo **Deg** (grados sexagesimales). Si la calculadora está accidentalmente en **Rad** (grados radianes), muchos ejercicios saldrán incorrectos. **Revisa** que este en **Deg** a no ser que el ejercicio pida lo contrario.

Shift +Mode +3 ⟶ **Deg** Shift +Mode +4 ⟶ **Rad** Shift +Mode +5 ⟶ **Gra**

5. Consejos rápidos finales

Revisar siempre el correcto cerrado de los paréntesis.

No escribir operaciones demasiado rápido.

Verificar si la calculadora está en **Deg**.

Usar la calculadora para ahorrar tiempo, no para depender completamente de ella.

Practicar mucho antes del examen.



www.eaula.com.py

Conjunto de Números

Tipos de Números que usarás en las Becas

Antes de comenzar con ecuaciones y álgebra, es importante recordar los principales tipos de números que utilizaremos constantemente a lo largo de Becas.

Números Naturales ($\mathbb{N}$) Son los números que utilizamos para contar. Ejemplo: 1, 2, 3, 4, 5, ...

Números Enteros ($\mathbb{Z}$) Incluyen números positivos, negativos y el cero. Ejemplo: ..., $-2, -1, 0, 1, 2, ...$

Números Racionales ($\mathbb{Q}$) Son cocientes de enteros con denominador distinto de cero. Ejemplos: $^{7}/_{8}$; -3 ; $2{,}3333\ldots$; $25{,}25$



Números Irracionales ($\mathbb{Q}'$) Son números que no pueden escribirse como una fracción exacta. Ejemplos: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, e$

Números Reales ($\mathbb{R}$) Los números reales incluyen todos los números anteriores.

Números Imaginarios (I) Son principalmente cuando se mete números negativos dentro de un radical de índice par. Ejemplo: $i = \sqrt{-1}$. En la calculadora normalmente suele salir **Math ERROR**

⚠️ **Importante para las Becas**

Muchos ejercicios mezclan enteros, fracciones, raíces y decimales. Por eso es importante reconocer rápidamente qué tipo de número estás utilizando.

Orden de las Operaciones



Éste es el orden en el que deben realizarse las diferentes operaciones que pueden existir en una expresión:

1. Paréntesis, corchetes o llaves (de dentro hacia afuera)
2. Potencias y raíces.
3. Multiplicaciones y divisiones.
4. Sumas y restas.

Ejemplo. Calcular con la calculadora el valor de: $\frac{8+12}{6+4}$

¡Error! Un error clásico y muy común al cargar en la calculadora seria colocarlo en forma lineal en la misma, sin los paréntesis correctos, es decir: $8+12\div 6+4$, lo cual nos daría como resultado: **14**

¡Forma Correcta! Si lo haces en forma lineal seria colocando los paréntesis en las posiciones correctas para indicar a la calculadora que operación es primero, es decir: $(8+12)\div(6+4) = \mathbf{2}$

¡Otra forma correcta! Sería que al usar una calculadora más moderna colocar $\frac{\square}{\square}$ la cual separa correctamente las operaciones de división al menos, sin necesidad de paréntesis en estos casos.

I. Conoce a tu calculadora

a. $1-(5-3+2)-[5-(6-3+1)-2]$

b. $-12\times 3+18\div(-12\div 6+8)$

c. $[(-2)^5\times(-3)^2]\div(-2)^2$

d. $6+\{4-[17-(4\times 4)]+3\}-5$

e. $[(-2)^6\div(-2)^3]^3\times(-2)\times(-2)-4$

f. $(-5)^2(-4)^4+(-7)^3\times 5\sqrt[3]{125}-\sqrt{7+\sqrt[3]{8}}-(-1)^3$

g. $(14-6+17)^3.[42\times 53\times 64\times\sqrt{4}\times\sqrt[3]{125}]^0$

h. $\sqrt[4]{5^2.10^2.64}-\sqrt[5]{32\times 729\times 25\div 75}$

i. $\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{7}{8}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)+(-5)\left(\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\times\frac{10}{3}\right)-\left(-2+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{3\times 2^2}$

j. $\dfrac{0{,}1-\frac{1}{2}+0{,}4\times 0{,}5}{\dfrac{1-0{,}2\times 3}{\frac{\frac{3}{4}-1}{0{,}5}-\frac{1-\frac{3}{2}}{2}}}$ **(Ejercicio plus para medir tu nivel de uso de calculadora)**

II. Resuelve los siguientes problemas y Marca la opción correcta

1. Al efectuar: $\frac{18^2-5^2}{13}+\sqrt{196}+\frac{8^2+36}{10}-\frac{45-9}{6}$ se obtiene:

a. 31 b. 41 c. 47 d. 53

2. Al efectuar $(240\times 6\div 3-380\times 5\div 5-900\div 30\div 15-1800\div 60\times 3)\div 2$, el resultado aumentado en 100 unidades es:

a. 104 b. 100 c. 204 d. 154

3. Al efectuar: $202-(43+27)-[12+\{102-(42-35)+20\}]+8$, el resultado obtenido equivale a la quinta parte de cuál de los siguientes números:

a. 100 b. 20 c. 4 d. 65

4. Al efectuar: $(-5)^2(-4)^4+(-7)^3\times 5\sqrt[3]{125}-\sqrt{7+\sqrt[3]{8}}-(-1)^3$, se obtiene:

a. -2177 b. -2150 c. 2150 d. 6400

5. Al efectuar $\left(2\times 3^4+5\times 6\div 3-8\times 10^2\div 5-\sqrt{8100}\div 10-180\div 60\times 2^2\right)\div 6$, se obtiene:

a. $\mathbb{Q}'$ b. $\mathbb{Z}$ c. $\mathbb{N}$ d. $\mathbb{Q}$

6. Al efectuar $\sqrt[4]{25^2.100^2.16}-\sqrt[5]{32\times 729\times 25\div 75}$, al sumar los dígitos del resultado se obtiene**:**

a. 13 b. 15 c. 12 d. 14

7. Al efectuar $12-\{7+4\times 3-[(-2)^2\times 2-6]\}+(2^2+6-5\times 3)+3-(5-2^3\div 2)$, se obtiene un:

I) Numero par II) Número Impar III) Natural IV) Entero V) Racional

La opción correcta es:

a. I, II y III b. IV y V c. I, IV y V d. solo V

8. Del problema anterior cuanto habría que adicionar para que el resultado sea el menor número natural.

a. 8 b. -8 c. 9 d. 10

9. Al efectuar $\sqrt[3]{(14-6+17)^3.[4^2.5^3.6^4.\sqrt{4}.\sqrt[3]{125}]^0}$, se obtiene un numero cuya raíz cuadrada es:

a. 25 b. 5 c. 125 d. 625

10. El valor de $\sqrt{15-\sqrt{32+\sqrt{25-\sqrt{81}}}}$ es:

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

www.eaula.com.py

Leyes de los Exponentes

Las leyes de los exponentes permiten simplificar operaciones con potencias de manera rápida y ordenada. Dominar estas propiedades es fundamental para álgebra, factorización y ecuaciones.

1. Producto de potencias de igual base Cuando se multiplican potencias con la misma base, se suman los exponentes.

$$x^a . x^b = x^{a+b}$$

Ejemplo: $2^3 . 2^4 = 2^{(3+4)} = 2^7 = 128$; $x^2 . x^3 = x^{(2+3)} = x^5$

2. Cociente de potencias de igual base Cuando se dividen potencias con la misma base, se restan los exponentes.

$$x^a / x^b = x^{a-b}$$

Ejemplo: $3^7/3^3 = 3^4$; $x^3/x^2 = x^{(3-2)} = x^1 = x$

3. Potencia de una potencia Cuando una potencia está elevada a otra potencia, se multiplican los exponentes.

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

Ejemplo: $(2^3)^4 = 2^{3\times4} = 2^{12}$



4. Potencia de un producto El exponente afecta a todos los factores.

$$(x.y)^n = x^n . y^n$$

Ejemplo: $(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3 = 1000$

⚠ **¡Error típico!** La potencia no se distribuye sobre una suma o una resta

$$(x+y)^2 \neq x^2 + y^2 \quad o \quad (x-y)^2 \neq x^2 - y^2$$

✔ **Forma Correcta:** $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ o $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

5. Potencia de un cociente El exponente afecta tanto al numerador como al denominador.

$$\left(x/y\right)^n = x^n/y^n$$

Ejemplo: $\left(2/3\right)^5 = 2^5/3^5$

6. Raiz de termino Un radical puede representarse como potencia colocando su potencia en el numerador y su índice radical como denominador. OBS: Es una propiedad interesante para evitar usar radicales y sus propiedades correspondientes que de por si ya son largas y tediosas

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$$

Ejemplo: $\sqrt[5]{x^3} = x^{3/5}$

7. Exponente cero Todo número distinto de cero elevado a cero es igual a 1.

$$x^0 = 1$$

Ejemplo: $100^0 = 1$

8. Exponente negativo Un exponente negativo indica inversa.

$$x^{-n} = 1/x^n$$

Ejemplo: $x^{-3} = 1/x^3$; $3^{-2} = 1/3^2 = 1/9 = 0{,}1111\ldots$

www.eaula.com.py

Factorización

En esta parte estaremos dando los casos más importantes de factorización para hacer al estudiante recordar los mismos, ya que son de vital importante a lo largo de los capítulos del programa.

CASO I. Factor Común.

Cuando todos los términos de un Polinomio tienen un factor común. Para obtener el factor común de un polinomio, primero se obtiene el máximo común divisor de todos los coeficientes de los términos del polinomio, a continuación, se escriben solo la o las letras que se repiten en **todos** los términos con su menor exponente, formando así el primer factor que se denominará **factor común**. Para encontrar el segundo factor (o **factor no común**), cada término del polinomio se divide entre el factor común monomio.

Ejemplo 1

$n.a + n.e\ - n.i + n.o = n.(a + e - i + o)$, donde n es el **factor común** y $(a + e - i + o)$ **factor no común**

Ejemplo 2

$36x^3y^2 - 12x^2y^2 + 9xy^3 = 3xy^2(12x^2\ - 4x + 3y)$, donde $3xy^2$ es el **factor común**.

Ejemplo 3

$$(2x + 3)(3 - r) - (2x - 5)(3 - r) = (3 - r)[(2x + 3) - (2x - 5)]$$
$$(3 - r)(2x + 3 - 2x + 5)$$
$$(3 - r).(8), \text{ donde } (3 - r) \text{ es el } \textbf{factor común Polinomio}$$

CASO II. Diferencia de Cuadrados Perfectos.

Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta. Para factorizar un binomio es necesario:

1. Se extrae la raíz cuadrada de ambos términos.

2. Se multiplica la suma por la diferencia de estas cantidades (el segundo término del binomio negativo es la raíz del término del binomio que es negativo).

Ejemplo. Factorizar:

$$9a^2x^4 - 25m^6y^{10}$$
$$\downarrow \qquad \downarrow$$

Raíces de los términos: $3ax^2 \qquad 5m^3y^5$

Multiplicamos la suma y la diferencia: $(3ax^2 + 5m^3y^5)(3ax^2 - 5m^3y^5)$

CASO III. Trinomio de la Forma $x^{2n} + bx^n + c$ (Método de la parejita)

El Trinomio de la forma $x^{2n} + bx^n + c$ es equivalente al producto de $(x^n + p)(x^n + q)$, donde:

1. El 1er término de cada binomio es la raíz cuadrada del 1er término del trinomio $\sqrt{x^{2n}} = x^n$

2. Para obtener los signos de los binomios: al 1er binomio le corresponde el signo del 2do término del trinomio y para obtener el signo del 2do binomio multiplicamos el signo del 2do término por el signo del 3er término del trinomio.

3. Los términos siguientes de cada binomio son los coeficientes p y q, cuya suma $p + q = b$ y cuyo producto $p.q = c$.

Luego: $x^{2n} + (p + q)x^n + pq = (x^n + p)(x^n + q)$

Ejemplo. Factorizar: $x^2 + 5x + 6$

Paso 1. Descomponer el trinomio en dos factores binomios:

$$\sqrt{x^2} = x \rightarrow \quad (x \quad)(x \quad)$$

Paso 2. Signos de los binomios:

1° binomio: signo del 2° término del trinomio es "+"

2° binomio: producto de los signos del 2° y 3° términos: $(+)(+) =$ "+" $\rightarrow (x + \ )(x + \ )$

Paso 3. Como los signos de los binomios son iguales:

Buscamos:

Dos números que multiplicados den 6, y sumados 5. Para ello descomponemos $6 = 2.3$

Y a simple vista vemos que los números seria 2 y 3, ya que $2 + 3 = 5$ y $2.3 = 6$

Entonces tenemos: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

¡Práctica antes de seguir!

I. $6x - 12$

II. $24a - 12ab$

III. $ax + bx + cx$

IV. $14m^3n + 7mn$

V. $3ab + 6ac - 9ad$

VI. $4a^3bx - 4bx$

VII. $2x^2 + 6x + 8x^3 - 12x^4$

VIII. $x^{(m+n)}y^m - x^{2n}y^{(m+n)} - x^n y^{2m}$

IX. $a(x + 1) + b(x + 1)$

X. $x^2(p + q) + y^2(p + q)$

XI. $(1 - x) + 5c(1 - x)$

XII. $(x + y)(n + 1) - 3(n + 1)$

XIII. $a^2 - 25$

XIV. $4a^2 - 9$

XV. $1 - 49a^2b^2$

XVI. $1 - 9a^2b^4c^6$

XVII. $x^{2n} - y^{6n}$

XVIII. $a^4 - b^4$

XIX. $12 - 8n + n^2$

XX. $c^2 + 24c + 135$

XXI. $a^2 + 1015a + 2026$

XXII. $a^2 + a - 380$

XXIII. $a^{2n} - 4a^n + 3$

XXIV. $-12\varphi + 11 + \varphi^2$



www.eaula.com.py

Despejando

Cuando tenemos una ecuación normalmente necesitamos despejar para hallar el valor de nuestra variable. Normalmente para pasar de un miembro a otro se hace la operación contraria como los de la siguiente tabla.

Original	Despejado
$x + a = b$	$x = b - a$
$x - a = b$	$x = b + a$
$a \,.\, x \;=\; b$	$x = {}^{b}/_{a}$

Original	Despejado
${}^{x}/_{a} = b$	$x = a.b$
$x^n = a$	$x = \sqrt[n]{a}$
$\sqrt[n]{x} = a$	$x = a^n$

Ecuaciones

Si el polinomio que forma la ecuación es entero y racional se los puede clasificar según sus grados

Grado de una ecuación: Es el mayor exponente de la incógnita en la ecuación dada. Así:

- $ax \;+\; b \;=\; 0$, con $a \neq 0$, es una ecuación de 1er grado o lineal con una sola raíz.
- $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$, es una ecuación de 2do grado o cuadrática con dos raíces.
- $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$, donde ambos son ecuaciones de 1er grado y forman un sistema.

Soluciones de una ecuación: La raíz o solución de la ecuación es el valor o valores de la incógnita/s que hacen que la igualdad sea cierta, transformándola en una identidad. También se las conoce como raíz o raíces.

Ecuaciones de 1er grado

En esta página vamos a resolver ecuaciones de primer grado paso a paso. Comenzaremos con ecuaciones muy simples e iremos aumentando su dificultad. En las ecuaciones tendremos sumas, restas, productos y cocientes de monomios sin parte literal (es decir, números) y de monomios con la parte literal x (como $2x$ ó ${}^{3x}/_{2}$).

Resolver una ecuación consiste en encontrar el valor que debe tomar la incógnita $\boldsymbol{x}$ para que se cumpla la igualdad. Podemos comprobar si la solución encontrada es correcta sustituyendo la incógnita x por la solución. Como regla general, una ecuación de primer grado tiene una única solución. No obstante, puede darse el caso de que no exista ninguna o que existan infinitas (veremos algún ejemplo de estos casos).

Ejemplo. Resuelve la ecuación: $7.(x + 1) - 4.(x + 3) = x - 9$

1. Quitar paréntesis realizando las operaciones correspondientes:

$$7x \;+\; 7 \;-\; 4x \;-\; 12 \;=\; x \;-\; 9$$

2. Agrupar los términos con la x en un miembro de la ecuación y los términos sin la x en el otro (recuerda que al pasar un término de un miembro a otro de la ecuación cambia su signo):

$$7x \;-\; 4x \;-\; x \;=\; -9 \;-\; 7 \;+\; 12$$

3. Operar:

$$2x \;=\; -4$$

4. Despejar la x:

$$x = {}^{-4}/_{2} = \mathbf{-2}$$

5. Comprobar la solución: para lo que se sustituye el valor obtenido en la ecuación de partida:

$$7(-2 + 1) \;-\; 4(-2 + 3) = \;-2 \;-\; 9 \Rightarrow 7(-1) \;-\; 4(1) \;=\; -11 \Rightarrow -\,11 \;=\; -11$$

Método Numérico o "del Robo Inteligente"

En muchos ejercicios de becas o ingreso, no hace falta resolver toda la ecuación de forma tradicional. Como ya te dan las opciones, puedes probar números rápidamente hasta encontrar el correcto. Este método ahorra muchísimo tiempo en el examen. **Recuerda** que ambos miembros tienen que ser iguales

Paso 1. Mira las opciones. Sea el ejemplo: $2x + 5 = 17$

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7

Paso 2. Sustituye directamente las opciones suponiendo el valor de "x"

Opción A: $x = 4 \rightarrow 2.(4) + 5 = 13 \rightarrow$ No sirve.

Opción B: $x = 5 \rightarrow 2.(5) + 5 = 15 \rightarrow$ Tampoco.

Opción C: $x = 6 \rightarrow 2.(6) + 5 = 17 \rightarrow$ **Correcta**.

¿Por qué este método es tan bueno?

- Evita errores algebraicos.
- Es más rápido bajo presión.
- Funciona excelente en exámenes tipo becas.
- Sirve incluso si olvidaste parte de la teoría.

¿Cuándo usar este método?

- Hay opciones múltiples.
- La ecuación parece larga.
- Estás corto de tiempo.
- Hay riesgo de equivocarte despejando.

¿Cuándo NO conviene?

- Las opciones son enormes o complicadas.
- Hay muchas variables.
- Resolver normalmente es más rápido.

¡Recuerda!

En exámenes de las becas, muchas veces gana más el que resuelve rápido… que el que resuelve "bonito".

Resolver las siguientes ecuaciones

Tema 11. $x - 5 = 3x - 25$

a. 3
b. 5
c. 10
d. 12

Tema 12. $x - (2x + 1) = 8 - (3x + 3)$

a. 2
b. 3
c. 4
d. 5

Tema 13. $(x + 3)^2 - (x - 2)^2 = 25$

a. 3
b. 2
c. 5
d. -3

Tema 14. $x(x + 4) - 4 = x^2 - 4(x - 3)$

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3

Tema 15. $\frac{x}{2} = \frac{x}{6} - \frac{1}{4}$

a. 0
b. $^3/_4$
c. $-^3/_4$
d. 3

Tema 16. $x - [5 + 3x - \{5x - (6 + x)\}] = -3$

a. 1
b. 2
c. 3
d. 4

www.eaula.com.py

Tema 17. $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{3}-\frac{x}{2}\right)+\frac{1}{9}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{3}\right)$

a. $^1/_2$
b. $^5/_3$
c. $^1/_5$
d. 2

Tema 18.

$2-\big(3-2(x+1)\big)=3x+2\big(x-(3+2x)\big)$

a. 0
b. 7
c. -7
d. 1

Tema 19. $x-4\big(x-(2x+1)\big)=-1$

a. $^{-3}/_5$
b. -1
c. 1
d. 6

Tema 20. $\frac{7x-5}{2}-\frac{8x-6}{3}=\frac{3x+7}{4}-2-\frac{x-1}{6}$

a. $^1/_2$
b. $^5/_3$
c. $^1/_5$
d. 2

Tema 21. $21+\sqrt{12+\sqrt{14+\sqrt{x}}}=25$

a. 1
b. 2
c. 3
d. 4

Tema 22.

$a(x+b)+x(b-a)=2b(2a-x)$

a. a
b. b
c. 1
d. 2

Tema 23. $(x+a)(x-b)-(x+b)(x-2a)=b(a-2)+3a$ donde: $\begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases}$

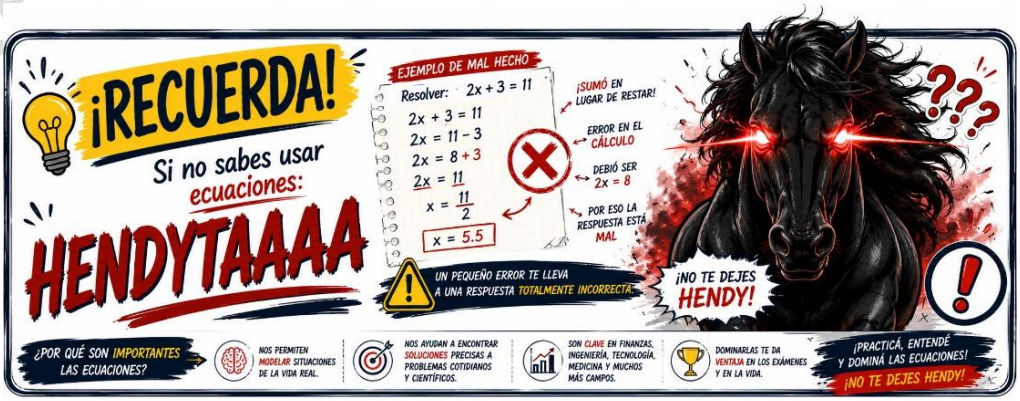
a. 3
b. 4
c. 1
d. 2

Tema 24. $(x+2)(2x-3)+(x-5)(x-4)-(x+1)(3x+2)=5{,}5$

a. $^1/_2$
b. $^1/_3$
c. $^1/_5$
d. $^1/_4$

Tema 25. $10-\frac{3x-4}{5}=3x$

a. 1
b. 2
c. 3
d. 4



www.eaula.com.py

Sistema de Ecuaciones

Un sistema de ecuaciones lineales es la reunión de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas. En un sistema de ecuaciones nuestro interés es encontrar el conjunto solución de un sistema, por ejemplo:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y = C_1 & \dots \quad L_1 \\ A_2x + B_2y = C_2 & \dots \quad L_2 \end{cases}$$

Lo que se busca de dicha ecuación son los pares ordenados (x, y) que satisfagan simultáneamente ambas ecuaciones. Un sistema de ecuaciones puede ser:

1. Única solución (Punto de intersección entre rectas) Existe un par (x, y) que verifica las igualdades. Para que esto ocurra: $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$

2. Infinitas soluciones (Rectas coincidentes) Existen infinitos pares (x, y) que verifican las igualdades. Las rectas son coincidentes. Se cumple la siguiente relación: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$

3. Sin solución (Rectas Paralelas) Es cuando el sistema no tiene solución, no existe un par (x, y) que satisfaga la relación. Se cumple la siguiente relación: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$

Método de Reducción (Recomendable)



En este método se hacen los coeficientes iguales, pero de signos opuestos de una de las incógnitas.

Ejemplo. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones por el método de reducción

$$10x + 9y = 8 \quad \dots (1)$$
$$8x - 15y = -1 \quad \dots (2)$$

Resolución

1. En esta ecuación se igualan los coeficientes de x cuyos múltiplos son: 4 y 5, por la tanto multipliquemos ecuación (1) por 4 y ecuación (2) por -5.

$$(10x + 9y = 8) \dots \times (4)$$
$$(8x - 15y = -1) \dots \times (-5)$$

$$40x + 36y = 32$$
$$\underline{-40x + 75y = 5}$$
$$111y = 37 \quad \therefore \quad y = {}^{37}/_{111} \quad \rightarrow \quad y = {}^{1}/_{3}$$

2. Sustituyendo y en la ecuación (2)

$$8x - 15({}^{1}/_{3}) = -1 \quad \therefore \quad 8x - 5 = -1 \quad \rightarrow \quad x = {}^{1}/_{2}$$

3. Por lo tanto los valores del sistema son: $\boldsymbol{x = {}^{1}/_{2}}$ e $\boldsymbol{y = {}^{1}/_{3}}$



Método de Igualación El método de igualación consiste en despejar la misma incógnita de las ecuaciones dadas y posteriormente hacer la igualación de ambas incógnitas.

Ejemplo. Resolver el siguiente sistema por el método de igualación.

$$7x + 4y = 13 \quad \dots(1)$$
$$5x - 2y = 19 \quad \dots(2)$$

1. Se despeja una incógnita ya sea x ó y de ambas ecuaciones; por ejemplo, despejemos a x de ambas ecuaciones.

$$7x = 13 - 4y \qquad 5x = 19 + 2y$$
$$x = \frac{13 - 4y}{7} \qquad x = \frac{19 + 2y}{5}$$

2. Una vez que se han obtenido los valores de x se hace la igualación $x = x$

$$\frac{13 - 4y}{7} = \frac{19 + 2y}{5}$$

3. Se observa que ahora se tiene una sola ecuación con una sola incógnita; y se ha eliminado la variable x. Resolviendo la ecuación:

$$5(13 - 4y) = 7(19 + 2y) \rightarrow 65 - 20y = 133 + 14y$$
$$-20y - 14y = 133 - 65 \rightarrow -34y = 68 \rightarrow y = -2$$

4. Sustituyendo el valor de y en cualquiera de las ecuaciones dadas, para obtener el valor de x, por ejemplo, en la ecuación (1)

$$7x + 4(-2) = 13 \rightarrow 7x - 8 = 13 \therefore x = 3$$

5. Los valores de las incógnitas x, y son: $\boldsymbol{x = 3}$ e $\boldsymbol{y = -2}$

Método por Sustitución Este método consiste en despejar una de las incógnitas de cualquiera de las ecuaciones dadas y sustituir está incógnita en la siguiente ecuación.

Ejemplo. Resolver el siguiente sistema por el método de sustitución.

$$2x + 5y = -24 \dots(1)$$
$$8x - 3y = 19 \quad \dots(2)$$

1. Despejar a una de las incógnitas de cualquiera de las dos ecuaciones, por ejemplo, x de la ecuación (1)

$$2x = -24 - 5y \rightarrow x = \frac{-24 - 5y}{2}$$

2. Sustituir el valor de x en la ecuación (2): $8.\left(\frac{-24 - 5y}{2}\right) - 3y = 19$

$$4(-24 - 5y) - 3y = 19$$
$$-96 - 20y - 3y = 19$$
$$-20y - 3y = 19 + 96$$
$$-23y = 115$$
$$y = \frac{115}{-23}$$
$$y = -5$$

Sustituyendo y en cualquiera de las ecuaciones:

$$2x + 5(-5) = -24$$
$$2x - 25 = -24$$
$$2x = -24 + 25$$
$$2x = 1$$
$$x = {}^{1}/_{2}$$

3. Por lo tanto los resultados son: $\boldsymbol{x = {}^{1}/_{2}}$ **e** $\boldsymbol{y = -5}$

www.eaula.com.py

Resolver los siguientes Sistemas de Ecuaciones

Tema 26. $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$

a. $x=1, y=5$
b. $x=3, y=3$
c. $x=4, y=2$
d. $x=6, y=0$

Tema 27. $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

a. $x=2, y=4$
b. $x=0, y=0$
c. $x=1, y=2$
d. sin *solución*

Tema 28. $\begin{cases} 5m+6t=20 \\ 4m-3t=-23 \end{cases}$

a. $m=4, t=0$
b. $m=-5, t=1$
c. $m=-2, t=5$
d. sin *solución*

Tema 29. $\begin{cases} 2x-y=7 \\ \frac{x}{5}+\frac{2y}{3}=3 \end{cases}$

a. $x=-5, y=-3$
b. $x=3, y=-1$
c. $x=5, y=3$
d. $n.d.a$

Tema 30. $\begin{cases} 2(m+5)=4(n-4m) \\ 10(n-m)=11n-12m \end{cases}$

a. $m=4, n=2$
b. $m=-1, n=-2$
c. $m=0, n=0$
d. sin *solución*

Tema 31. $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=-9 \end{cases}$

a. $x=-1, y=6$
b. $x=-1, y=5$
c. $x=-3, y=10$
d. sin solución

Tema 32. $\begin{cases} x+3(y-2)=5 \\ (x-2)(y+3)=(x+4)(y-1) \end{cases}$

a. $x=2, y=3$
b. $x=4, y=-1$
c. $x=4, y={}^{7}/_{3}$
d. sin *solucion*

Tema 33. $\begin{cases} -y+2x=3 \\ x+4y=6 \end{cases}$

a. $x=1, y=-1$
b. $x=3, y=3$
c. $x=1, y=2$
d. $x=2, y=1$

Tema 34. $\begin{cases} x+25y=62 \\ 6x-35y=2 \end{cases}$

a. $x=37, y=1$
b. $x=12, y=2$
c. $x=2, y=12$
d. sin *solucion*

Tema 35. $\begin{cases} x+y=10 \\ {}^{x}/_{2}+{}^{y}/_{3}=4 \end{cases}$

a. $x=10, y=0$
b. $x=12, y=-2$
c. $x=8, y=2$
d. $x=4, y=6$

Tema 36. $\begin{cases} 2x=3y \\ {}^{x}/_{2}+{}^{y}/_{3}={}^{13}/_{36} \end{cases}$

a. $x={}^{1}/_{2}, y={}^{1}/_{3}$
b. $x={}^{1}/_{6}, y={}^{1}/_{6}$
c. $x=2, y=3$
d. $x=6, y=6$

Tema 37. $\begin{cases} \frac{x+y}{2}=x-1 \\ \frac{x-y}{2}=y+1 \end{cases}$

a. $x=2, y=-2$
b. $x=0, y=2$
c. $x=2, y=0$
d. *imposible determinar*

Tema 38. $\begin{cases} 2a+b=8 \\ -b+a=4 \end{cases}$

a. $a=4, b=0$
b. $a=5, b=1$
c. $a=3, b=2$
d. *ecuaciones paralelas*

www.eaula.com.py

Ecuaciones de 2do Grado

La ecuación de segundo grado $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ se dice que está completa cuando todos los coeficientes son distintos de cero. En este caso las soluciones se obtienen aplicando la fórmula:

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

El valor $b^2 - 4ac$ permite saber el número de soluciones sin necesidad de hallarlas.
$\boldsymbol{b^2 - 4ac}$ se llama **discriminante** y se representa por Δ.

$$\Delta = b^2 - 4ac = \begin{cases} \text{Si } \Delta > 0\ ; \text{ Las raíces son reales y distintas} \\ \text{Si } \Delta = 0\ ; \text{ Las raíces son reales e iguales} \\ \text{Si } \Delta < 0\ ; \text{ Las raíces son complejas y tienen la forma a} \pm \text{bi} \\ \text{"Sin solución real"} \end{cases}$$

Ejemplo 1. Hallar las raíces de la ecuación $x^2 - 3x + 2 = 0$ aplicando la fórmula.
Resolución
En esta ecuación $a = 1,\ b = -3,\ c = 2$

$$\boldsymbol{x} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.2}}{2.1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{3+1}{2} = 2 \ \rightarrow \ \boldsymbol{x_1 = 2} \\ \frac{3-1}{2} = 1 \ \rightarrow \ \boldsymbol{x_2 = 1} \end{cases}$$

La ecuación tiene dos soluciones reales distintas al tener $\Delta = \mathbf{1}$

Ejemplo 2. Resolver la ecuación $x^2 + x + 1 = 0$
Resolución
En esta ecuación $a = 1\ ;\ b = 1\ ;\ c = 1.$
Aplicando la fórmula:

$$\boldsymbol{x} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4.1.1}}{2.1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

La ecuación **no tiene solución real**, ya que la discriminante es negativa.

¡Atención! Muchos alumnos al intentar resolver ecuaciones como esta última y cargan en su calculadora les saldrá **¡Math error!** Ya que la misma no tiene solución al pertenecer al conjunto de los números imaginarios

Ejemplo 3. Resolver la ecuación $4x^2 - 12x + 9 = 0$
Resolución
En esta ecuación $a = 4\ ;\ b = -12\ ;\ c = 9.$
Aplicando la fórmula:

$$\boldsymbol{x} = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4.4.9}}{2.4} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{8} = {}^{12}/_{8} = \boldsymbol{{}^{3}/_{2}}$$

La ecuación **tiene solución dos soluciones iguales**, ya que la discriminante es cero.

www.eaula.com.py

Resolver las siguientes Ecuaciones de 2do grado

Tema 39. $x(2x-3)-3(5-x)=83$

a. 7 y -7 b. -7 y -7 c. 0 y -7 d. sin solución real

Tema 40. $3x^2-2x(x-4)=x-12$

a. 3 y -4 b. -3 y -4 c. 4 y -3 d. 4 y 3

Tema 41. $(7+x)^2+(7-x)^2=130$

a. 4 y -4 b. -4 y -4 c. 0 y -4 d. sin solución real

Tema 42. $8(2-x)^2=2(8-x)^2$

a. 4 y -4 b. -4 y -4 c. 0 y -4 d. sin solución real

Tema 43. $6x-x^2-9=0$

a. -3 y 3 b. -3 y 2 c. 0 y 3 d. 3 y 3

Tema 44. $\frac{7-3x}{5-x}=\frac{2x}{3-x}$

a. 1 y -1 b. 1 y $^{21}/_{5}$ c. -1 y $^{-21}/_{5}$ d. sin solución real

Tema 45. $x^2-10x+9=0$

a. -9 y -1 b. 9 y 1 c. 3 y -3 d. sin solución real

Tema 46. $4x^2+9=0$

a. $^{3}/_{2}$ y $^{-3}/_{2}$ b. $^{3}/_{2}$ y $^{3}/_{2}$ c. $^{-3}/_{2}$ y $^{-3}/_{2}$ d. sin solución real

Tema 47. $(3x-4)(4x-3)-(2x-7)(3x-2)=214$

a. -6 y -6 b. 6 y 6 c. 6 y -6 d. sin solución real

Tema 48. $^{x}/_{3}+{}^{2}/_{x}={}^{3x+10}/_{3x}$

a. -1 y 4 b. 1 y 4 c. 1 y -4 d. sin solución real

Tema 49. $x^2+(x+2)^2=580$

a. 18 y 16 b. 16 y -18 c. -16 y 18 d. -16 y -18

Tema 50. $x^2-{}^{7x}/_{6}+{}^{1}/_{3}=0$

a. $^{3}/_{2}$ y $^{1}/_{2}$ b. $^{2}/_{3}$ y $^{1}/_{2}$ c. $-{}^{3}/_{2}$ y $^{1}/_{2}$ d. $^{2}/_{3}$ y $-{}^{1}/_{2}$

www.eaula.com.py

MATEMÁTICAS · UNIDAD 0

TU PRIMERA AVENTURA CONTINÚA EN EAULA

Entrá y descubrí todo lo que preparamos para vos.

ESTA UNIDAD ES GRATIS

Capibeca

EJERCICIOS INTERACTIVOS



Completá, elegí y practicá.

RESPUESTAS



Comprobá tus respuestas y entendé tus errores.

TU PROGRESO



Guardá tus avances y seguí aprendiendo.

DESAFÍOS



Poné a prueba tus conocimientos con desafíos.

CREÁ TU CUENTA GRATIS Y EMPEZÁ

eaula.com.py/BM00

Escaneá y entrá gratis.